

Modelo de Solow-Swan, con crecimiento de la población

1) Desarrolle

a) Encuentre el capital por trabajador de estado estacionario.

$$\begin{aligned}\Delta K &= I - D \\ \Delta K &= \gamma Y - \delta K \\ \frac{\Delta K}{L} &= \frac{\gamma Y}{L} - \frac{\delta K}{L} \\ \frac{\Delta K}{L} &= \gamma y - \delta k\end{aligned}\tag{1}$$

Ahora desarrollamos la expresión del capital per cápita y luego de aplicar logaritmos diferenciamos con respecto al tiempo:

$$\begin{aligned}k &= \frac{K}{L} \\ \ln(k) &= \ln(K) - \ln(L) \\ \frac{\Delta k}{k} &= \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} \\ \frac{\Delta k}{k} &= \frac{\Delta K}{K} - n \\ \Delta k &= k \frac{\Delta K}{K} - kn \\ \Delta k &= \frac{K}{L} \frac{\Delta K}{K} - kn \\ \Delta k &= \frac{\Delta K}{L} - nk \\ \frac{\Delta K}{L} &= \Delta k + nk\end{aligned}\tag{2}$$

Por último reemplazamos (2) en (1):

$$\begin{aligned}\Delta k + nk &= \gamma y - \delta k \\ \Delta k &= \gamma y - \delta k - nk \\ \Delta k &= \gamma y - (\delta + n)k\end{aligned}$$

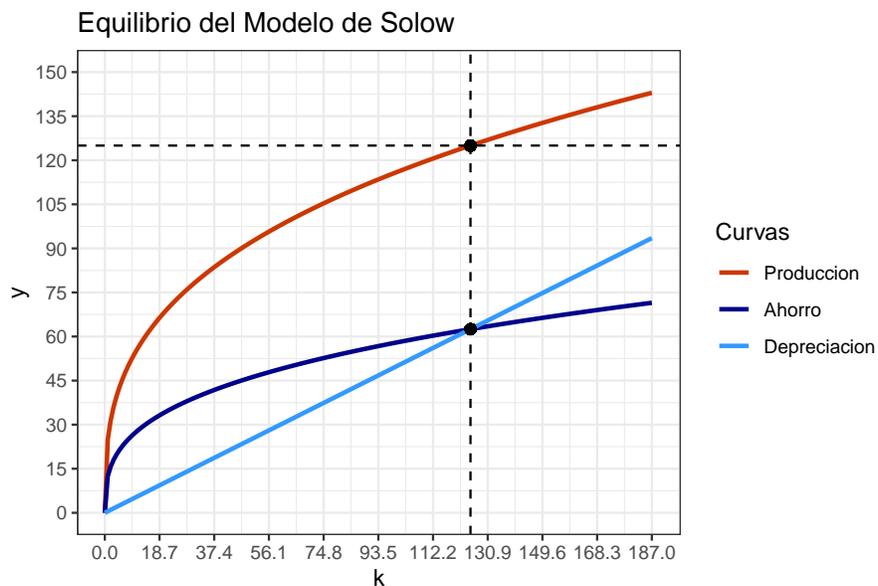
Sabemos que en EE , $\Delta k = 0$. Además conocemos la función de producción $y = Ak^\alpha$:

$$\begin{aligned}
0 &= \gamma y - (\delta + n)k \\
0 &= \gamma A k^\alpha - (\delta + n)k \\
\gamma A k^\alpha &= (\delta + n)k \\
\frac{\gamma A}{\delta + n} &= \frac{k}{k^\alpha} \\
\frac{\gamma A}{\delta + n} &= k^{1-\alpha} / ()^{\frac{1}{1-\alpha}} \\
k^{ee} &= \left(\frac{A\gamma}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

- b) Encuentre el producto por trabajador de estado estacionario. Simplemente debemos reemplazar k^{ee} en $y = Ak^\alpha$:

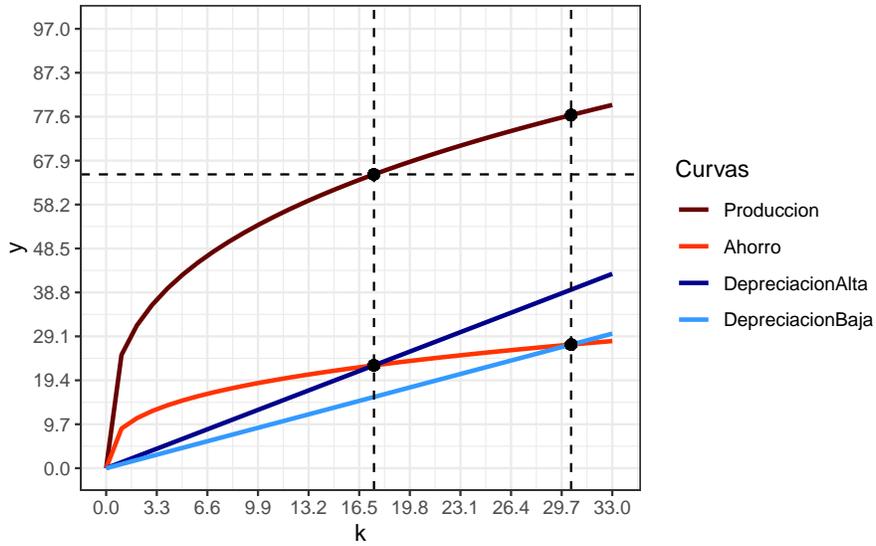
$$\begin{aligned}
y &= Ak^\alpha \\
y^{ee} &= A \left(\frac{A\gamma}{\delta + n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
y^{ee} &= A * A^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma}{\delta + n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
y^{ee} &= A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma}{\delta + n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

- c) Grafique y explique la dinámica hacia el EE.



- d) ¿Qué sucede con el EE si aumenta o disminuye “ n ”?

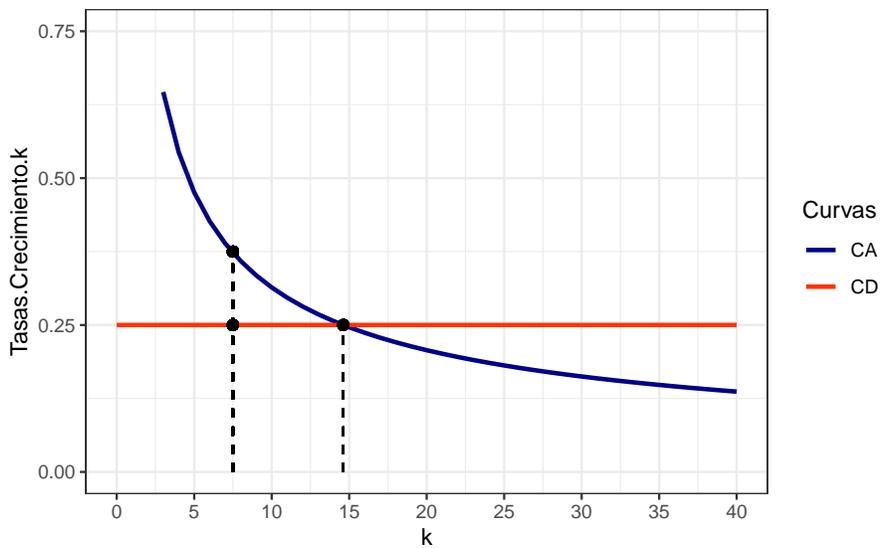
Equilibrio del Modelo de Solow: diferencia en depreciación



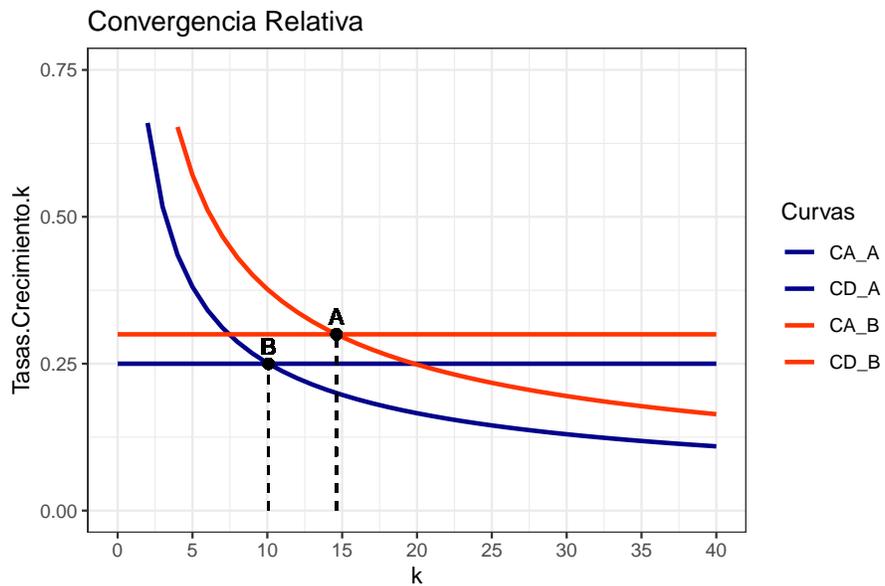
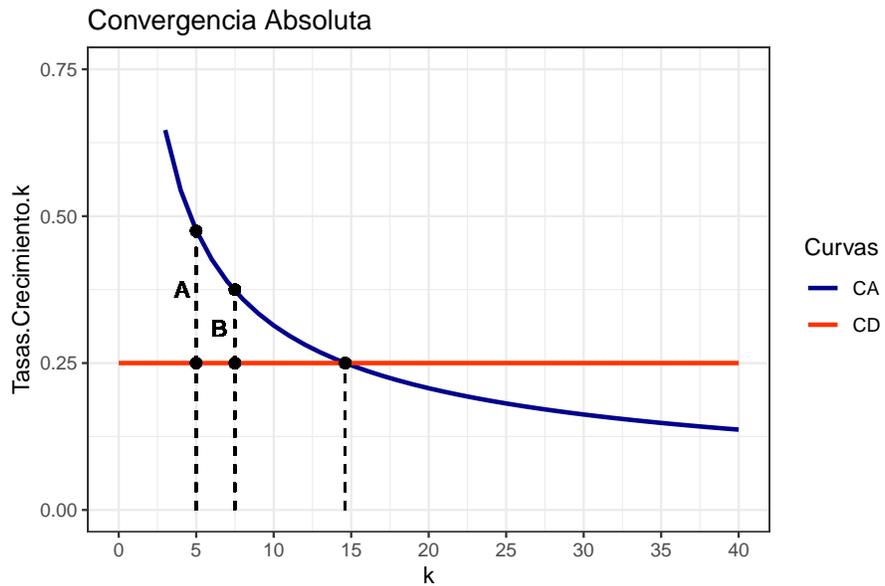
e) ¿Existe crecimiento a LP?, para ello, determine el ritmo de crecimiento de capital y explique con intuición. Grafique.

Para determinar el ritmo de crecimiento, necesitamos crear una función que exprese la tasa de crecimiento del capital. Para ello usaremos la “Ecuación fundamental de crecimiento”:

$$\begin{aligned} \Delta k &= \gamma A k^\alpha - (\delta + n)k / \div k \\ \frac{\Delta k}{k} &= \frac{\gamma A k^\alpha - (\delta + n)k}{k} \\ \frac{\Delta k}{k} &= \frac{\gamma A k^\alpha}{k} - \frac{(\delta + n)k}{k} \\ \frac{\Delta k}{k} &= \gamma A k^{\alpha-1} - (\delta + n) \\ \frac{\Delta k}{k} &= CA - CD \end{aligned}$$



f) Si existen 2 países, que solo se diferencian en sus niveles de renta pc, ¿existirá convergencia absoluta?, ¿qué es necesario tener en cuenta para explicar la convergencia condicional?.



2) Complete el siguiente cuadro para los primeros 3 años de la economía que presenta las siguientes características, utilizando el modelo de Solow-Swan. Considere $\alpha = 0.5$; $\gamma = 0.3$; $\delta = 0.05$; $n = 0.05$; $A = 1$.

t	k	y	c	γy	$(n + \delta) \cdot k$	Δk
1						
2						
3						