

Ayudantía #4

- 1) De acuerdo a la contabilidad del desarrollo, encuentre una expresión que relaciones los niveles de productividad de dos países.

Respuesta: Asumiremos una función de producción del tipo :

$$y_i = A_i k_i^\alpha h_i^{1-\alpha}$$

Por lo cual simplemente podemos proceder creando un ratio de los productos per cápita y luego despejando el ratio de productividad:

$$\frac{y_i}{y_j} = \left(\frac{A_i}{A_j} \right) \left(\frac{k_i^\alpha h_i^{1-\alpha}}{k_j^\alpha h_j^{1-\alpha}} \right)$$
$$\left(\frac{A_i}{A_j} \right) = \frac{\left(\frac{y_i}{y_j} \right)}{\left(\frac{k_i^\alpha h_i^{1-\alpha}}{k_j^\alpha h_j^{1-\alpha}} \right)}$$

- 2) Considere dos países, el país A y el país B. Sabemos que $\alpha = 0.5$ para ambos países. La renta del país A es de 10 y la renta del país B es el doble. Si el capital y el capital humano por trabajador son iguales en ambos países ¿Cuál es país es más productivo?

Respuesta: Aplicamos la fórmula del apartado anterior y tenemos:

$$\left(\frac{A_A}{A_B} \right) = \frac{\left(\frac{y_A}{y_B} \right)}{\left(\frac{k_A^\alpha h_A^{1-\alpha}}{k_B^\alpha h_B^{1-\alpha}} \right)}$$
$$\left(\frac{A_A}{A_B} \right) = \frac{\left(\frac{y_A}{y_B} \right)}{\left(\frac{k^\alpha h^{1-\alpha}}{k^\alpha h^{1-\alpha}} \right)}$$
$$\left(\frac{A_A}{A_B} \right) = \left(\frac{y_A}{y_B} \right)$$
$$\left(\frac{A_A}{A_B} \right) = \left(\frac{10}{20} \right)$$
$$\left(\frac{A_A}{A_B} \right) = 0.5$$

Concluimos que el país A es la mitad de productivo que el país B, o lo que es lo mismo, el país B es el doble de productivo que el país A.

- 3) Desarrolle una expresión que relacione las tasas de crecimiento de la renta, el capital físico y el capital humano por trabajador para explicar una tasa de crecimiento de la productividad.

Respuesta: Comenzamos desde la función de producción

$$y = Ak^\alpha h^{1-\alpha} / \ln()$$

$$\ln(y) = \ln(A) + \alpha \ln(k) + (1 - \alpha) \ln(h) / \frac{d}{dt}()$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta A}{A} + \alpha \frac{\Delta k}{k} + (1 - \alpha) \frac{\Delta h}{h}$$

$$\hat{y} = \hat{A} + \alpha \hat{k} + (1 - \alpha) \hat{h}$$

$$\hat{A} = \hat{y} - \alpha \hat{k} - (1 - \alpha) \hat{h}$$

- 4) Una economía registró una tasa de crecimiento de producción pc del 3%. Por otro lado, su tasa de crecimiento de capital físico y humano pc fue de 2% y 3% respectivamente. ¿Cuánto creció la productividad si el α estimado es de 0.5?

Respuesta:

$$\hat{A} = \hat{y} - \alpha \hat{k} - (1 - \alpha) \hat{h}$$

$$\hat{A} = 2\% - 0.5 \cdot 2\% - (1 - 0.5) \cdot 3\%$$

$$\hat{A} = 0.5\%$$

La productividad creció un 0.5%.