Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Administración y Economía
Departamento de Economía

Ayudantía #5

1) Desarrolle el modelo de 1 país
Respuesta:

Comenzamos considerando una expresión para la población de la economía:

$$L = L_y + L_A \tag{1}$$

De la ecuación 1, sabemos que existen 2 tipos de personas en esta economía. La población que se dedica a producir bienes y servicios (L_y), y la población que se dedica a la investigación y el desarrollo (L_A).

Podemos considerar la proporción de población que se dedica a $I + D$ como:

$$\begin{aligned} \gamma_A &= \frac{L_A}{L} \\ L_A &= \gamma_A \cdot L \end{aligned} \tag{2}$$

Ahora, lo que haremos es reemplazar la ecuación 2 en la ecuación 1.

$$\begin{aligned} L &= L_y + L_A \\ L &= L_y + \gamma_A L \\ L_y &= L - \gamma_A L \\ L_y &= (1 - \gamma_A)L \end{aligned} \tag{3}$$

Nuestra función de producción en este modelo será:

$$Y = AL_y \tag{4}$$

El paso siguiente es reemplazar la ecuación 3 en la ecuación 4:

$$\begin{aligned} Y &= AL_y \\ Y &= A(1 - \gamma_A)L \ /\text{:L} \\ y &= A(1 - \gamma_A) \end{aligned} \tag{5}$$

Como notamos en la ecuación 5, la producción per cápita, dependerá positivamente de la productividad. Entonces, la pregunta de interés será **¿Cómo crece la productividad?**. Para resolver esto debemos considerar el costo o "precio" de innovar:

$$\hat{A} = \frac{L_A}{\mu} \tag{6}$$

Notamos que si aumenta μ, se necesita más cantidades personas que se dediquen a la investigación para generar un crecimiento en la productividad.

Ahora, para dejar la ecuación 6 en términos de trabajadores totales en la economía, reemplazamos la ecuación 2 en ella:

$$\begin{aligned}\hat{A} &= \frac{L_A}{\mu} \\ \hat{A} &= \frac{\gamma_A \cdot L}{\mu} \qquad (7)\end{aligned}$$

Finalmente, si volvemos a observar la ecuación 5, notamos que el crecimiento de y depende directamente de A, por lo cual podemos definir la siguiente expresión para la tasa de crecimiento de la producción per cápita:

$$\hat{y} = \hat{A} = \frac{\gamma_A L}{\mu} \qquad (8)$$