Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Administración y Economía
Departamento de Economía

Guía de Ejercicios n^o 4 - Maximización del beneficio y oferta
Unidad temática: Teoría del Productor

Esta solución solo es una referencia de las posibles respuestas. Los gráficos detallados se demostrarán en detalle en clases y/o ayudantias.

Maximización del Beneficio

4.1) Si una firma de cafés conoce la demanda por ellos y estima que tiene la forma $Q^d = 150 - 15p$. ¿Cúal es el ingreso marginal de esta firma?

4.2) Considere una empresa que es tomadora de precios en una industria y desea conocer la cantidad indicada de q para alcanzar un beneficio de \$1.200. Considere que sus costos se pueden modelar como $C = 4q^2 + 2q + 80$.
Respuesta: Sabemos como se puede expresar el beneficio:

$$\begin{aligned}\Pi &= I - C\\ \Pi &= p \cdot q - C(q)\end{aligned}$$

Debido a que sabemos que es una empresa tomadora de precio solamente podemos considerar la definición del equilibrio de competencia perfecta $p = Cmg$. Simplemente nos queda calcular el costo marginal que es $Cmg = 8q + 2$ y reemplazarlo en el precio:

$$\begin{aligned}\Pi &= p \cdot q - C(q)\\ \Pi &= (8q+2)\cdot q - (4q^2 + 2q + 80)\\ 1.200 &= 8q^2 + 2q - 4q^2 - 2q - 80\\ 1.200 &= 4q^2 - 80\\ 4q^2 &= 1.280\\ q^2 &= 320\\ q &= \pm 17.9\end{aligned}$$

Concluimos que la empresa decidirá producir $q = 18$ unidades del bien si es que quiere tener un beneficio de 1.200.

4.3) Si una firma tiene una estructura de costos $C(q) = cq^2 + F$. ¿Cuál es la curva de oferta de esta firma?, ¿y Si existen 50 empresas con costos idénticos?. Si conocemos a demanda de la industria $D(p) = a - bp$ ¿Cuál es el precio y cantidad competitivo?

Demanda inversas de los factores

4.4) Una firma posee una función de producción $Q = F(K, L) = K^2L$ que posee rendimientos crecientes a escala.

a) Encuentre las demandas condicionadas de factores en función de w,r y Q.
Respuesta:
Lagrangiano:

$$L = wL + rK - \lambda[Q - K^2L]$$

CPO's:

$$
\begin{aligned}
1): \frac{\partial L}{\partial L} &= w + \lambda K^2 = 0 \\
2): \frac{\partial L}{\partial K} &= r + \lambda 2KL = 0 \\
3): \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= -Q + KL = 0
\end{aligned}
$$

de 1):

$$\lambda = -\frac{w}{K^2}$$

de 2):

$$\lambda = -\frac{r}{2KL}$$

igualando:

$$
\begin{aligned}
-\frac{w}{K^2} &= -\frac{r}{2KL} \\
\frac{2wL}{r} &= \frac{K^2}{K} \\
4): K &= \frac{2wL}{r}
\end{aligned}
$$

4) en 3):

$$
\begin{aligned}
-Q + \left(\frac{wL}{2r}\right) L^2 &= 0 \\
\frac{wL^3}{2r} &= Q \\
L^3 &= \frac{2rQ}{w} \\
L^d &= \left(\frac{2rQ}{w}\right)^{1/3} \\
L^d &= \left(\frac{2r}{w}\right)^{1/3} Q^{1/3}
\end{aligned}
$$

L^d en 4):

$$
\begin{aligned}
K &= \frac{w}{2r}\left(\frac{2rQ}{w}\right)^{1/3} \\
K^d &= \left(\frac{w}{2r}\right)^{2/3} Q^{1/3}
\end{aligned}
$$

b) Si $w = 3$ y $r = 3$, ¿Cuáles son las cantidades de factores de producción que minimizan el costo?. Considere un nivel de producción de Q=1.500. Grafique el equilibrio.
Respuesta:

$$L^* = \left(\frac{2 \cdot 3}{3}\right)^{1/3} 1500^{1/3}$$
$$K^* = \left(\frac{3}{2 \cdot 3}\right)^{2/3} 1500^{1/3}$$

c) Encuentre la función de costos de largo plazo y luego grafique.
Respuesta:
Reemplazamos las demandas condicionadas en la isocosto:

$$C = 3L + 3K$$
$$C = 3\left(\frac{w}{2r}\right)^{2/3} Q^{1/3} + 3\left(\frac{2rQ}{w}\right)^{1/3}$$
$$C = 3\left(\frac{w}{2r}\right)^{2/3} Q^{1/3} + 3\left(\frac{2r}{w}\right)^{1/3} Q^{1/3}$$
$$C = Q^{1/3}\left[3\left(\frac{w}{2r}\right)^{2/3} + 3\left(\frac{2r}{w}\right)^{1/3}\right]$$
$$C = Q^{1/3}\left[3\left(\frac{3}{2 \cdot 3}\right)^{2/3} + 3\left(\frac{2 \cdot 3}{3}\right)^{1/3}\right]$$
$$C = 5.7 \cdot Q^{1/3}$$

d) Encuentre la función de Costo marginal y medio de largo plazo. Luego grafique.
Respuesta:

$$Cmg = \frac{\partial C}{\partial Q} = \frac{1.9}{Q^{2/3}}$$
$$Cme = \frac{C}{Q} = \frac{5.7}{Q^{2/3}}$$

4.5) Suponga una función de producción de un bien Q es $Q = f(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L}$, donde el precio del factor K es r y el precio del factor L es w.

a) Obtenga la demanda por cada factor mediante el método de Lagrange.

b) ¿Cuál será la cantidad producida del bien q?. Note que esta cantidad estará en función de r, w y C.

Oferta

4.6) Suponga un mercado en el que operan cincuenta empresas idénticas precio-aceptantes, cuyos costes de producción a corto plazo vienen dados por la función:

$$C_i = 2q_i^2 + q_i + 14$$

a) Obtenga la curva de oferta de cada empresa.
Respuesta:
Recordad condición de óptimo en competencia perfecta ($p = Cmg$). Por lo cual las empresas ofertar bajo esa condición:

$$Cmg = 4q_i + 1$$

lo igualamos con el precio:

$$p = 4q_i + 1$$

por último despejamos q_i y obtenemos la oferta de cada una de las empresas:

$$q_i = \frac{p-1}{4}$$

b) Obtenga la curva de oferta de la industria competitiva.
Respuesta:
Para encontrar la oferta de la industria, lo único que debemos hacer es multiplicar la oferta individual por la cantidad de firmas en el mercado:

$$O(p) = 50 \cdot \left(\frac{p-1}{4}\right)$$
$$O(p) = 12.5p - 12.5$$

c) Si la curva de demanda de la industria es $D(p) = 350 - p$, siendo p el precio del bien q, calcule el equilibrio del mercado.
Respuesta:
Simplemente igualamos la oferta de la industria con la demanda:

$$D(p) = O(p)$$
$$350 - p = 12.5p - 12.5$$
$$13.5p = 362.5$$
$$p^* = 26.9$$

Ahora, reemplazamos el precio de equilibrio en demanda:

$$Q^* = D(p = 26.9) = 350 - 26.9$$
$$Q^* = D(p = 26.9) = 323.1$$

Concluimos que el precio de equilibrio es $p^* = 26.9$ y la cantidad de equilibrio $Q^* = 323.1$

d) Calcule el beneficio de cada empresa.
Respuesta:
Primero calculamos la cantidad producida por cada una de las firmas reemplazando el precio de equilibrio en la oferta de cada una de las firmas:

$$q^* = \frac{26.9 - 1}{4}$$
$$q^* = 6.5$$

Ahora calculamos beneficio:

$$\pi_i = I - C$$
$$\pi_i = p^* \cdot q_i^* - C(q_i^*)$$
$$\pi_i = 26.9 \cdot 6.5 - (6.5^2 + 6.5 + 14)$$
$$\pi_i = 112.1$$

4.7) Una firma tiene una estructura de costos $C(q) = 2cq^2 + 10$. ¿Cuál es la curva de oferta de esta firma?, ¿y Si existen n empresas con costos idénticos?

Competencia perfecta y Monopolio

4.8) Todas las empresas de una industria perfectamente competitiva tienen las siguientes curvas de costo total a largo plazo:

$$C_i = q_i^3 - 6q_i^2 + 20q_i$$

Suponga además que $D(p) = 800 - p$, representa la curva de demanda de mercado.

a) Encuentre el equilibrio competitivo de largo plazo. Esto es precio, cantidad total producida y demandada y número de firmas.
Respuesta:
Condición de equilibrio en mercado competitivo es cuando el costo medio mínimo es igual al coste marginal y de esto deriva una cantidad de equilibrio (por firma) y el precio asociado a él.

$$Cmg = \frac{\partial C_i}{\partial q_i} = 3q_i^2 - 12q_i + 20$$
$$Cme = \frac{C}{q_i} = q^2 - 6q_i + 20$$

Para el coste medio mínimo derivamos con respecto a q_i:

$$Cme_{min} = \frac{\partial Cme}{\partial q_i} = 2q_i - 6 = 0$$
$$q^* = 3$$

Como sabemos en equilibrio se cumple $P = Cmg = Cme_{min}$, por lo tanto lo único que debemos hacer es reemplazar la cantidad de equilibrio en una de las dos funciones:

$$Cme(q^* = 3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 20 = 11$$
$$p = Cmg = Cme = 11$$

Una vez conociendo el precio de equilibrio, podemos calcular la cantidad que se se demanda en el mercado y como en equilibrio oferta es igual a demanda ($S(p) = D(p)$), encontramos las dos cantidades inmediatamente:

$$D(p = 11) = 800 - 11 = 789$$
$$S(p) = D(p) = 789$$

Por último, podemos calcular la cantidad de firmas en el mercado competitivo:

$$\frac{D(p = 11)}{q^*} = \frac{789}{3} = 263$$

Por lo tanto hay 263 firmas que producen 3 unidades cada una. En el mercado se demanda y se ofertan 789 unidades del bien.

b) Suponga que la demanda se expande $D(p) = 1200 - p$. Encuentre el nuevo equilibrio competitivo de largo plazo. Explique la dinámica al nuevo equilibrio. ¿Qué ocurre con los beneficios de cada empresa?.
Respuesta:
Debemos considerar que dado que estamos en un mercado competitivo, este aumento de la demanda no afecta el precio ni la cantidad de equilibrio. Lo único que ocurre es que la cantidad de firmas en el mercado van a cambiar, ya que, al existir beneficios positivos, esto incentiva la entrada de firmas. Lo único que debemos calcular es la nueva cantidad que equilibra la oferta con la demanda:

$$D^{'}(p = 11) = 1200 - 11 = 1189$$

$$S(p) = D(p) = 1189$$

Ahora calcularemos las cantidades de firmas en el mercado luego de la expansión de la demanda:

$$\frac{D^{'}(p = 11)}{q^*} = \frac{1189}{3} = 396$$

Como podemos notar, el precio sigue siendo el mismo, asi como la cantidad que produce cada una de las firmas. El cambio es en la cantidad que se oferta y demanda en el mercado agregado ($Q = 1189$). La última diferencia es que ahora existen 396 firmas, lo que concuerda con la teoría, de que luego de una expansión de la demanda, implica una entrada de firmas para satisfacer esa demanda.

4.9) Considere que una firma es un monopolista que tiene la siguiente estructura de costos:

$$C(q) = 8q^2$$

Suponga además que $D(p) = 800 - p$, representa la curva de demanda de mercado.

a) Encuentre la cantidad producida y el precio de equilibrio (q^*, p^*) respectivamente.

b) Grafique sus resultados