Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Administración y Economía
Departamento de Economía

Ayudantía #4

Efecto Renta y Sustitución

1) Considere que un individuo tiene una función de utilidad de la forma $U(x_1, x_2) = min\{x_1, 2x_2\}$:

a) Exprese la senda de expansión
Respuesta: Simplemente igualamos y despejamos x_2:

$$x_1 = 2x_2$$
$$x_2 = \frac{x_1}{2}$$

Podemos notar que la SE es una línea recta que a en el origen y tiene pendiente $\frac{1}{2}$. Por ejemplo, si se consume 1 unidad de x_1 la SE nos dice que debe consumir $\frac{1}{2}$ de x_2.

b) Encuentre las funciones de demanda por x_1 y x_2
Respuesta: El caso de complementos perfectos sabemos que es una función que no tiene una RMS que pueda determinarse. Además, no es posible utilizar $RMS = \frac{p_1}{p_2}$ para hacer los mismos pasos que vimos en la ayudantía #3. Pero, de hecho, este ejercicio es mucho más sencillo, ya que conocemos la SE sin necesitar la condición de tangencia.
Notemos, que solo debemos seguir desde el paso de reemplazar la SE en la RP:

$$m = p_1x_1 + p_2x_2$$
$$m = p_1x_1 + p_2\left(\frac{x_1}{2}\right)$$
$$m = \frac{2p_1x_1 + p_2x_1}{2}$$
$$2m = x_1(2p_1 + p_2)$$
$$x_1^d(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{(2p_1 + p_2)}$$

Luego de encontrar la función de demanda de x_1, simplemente reemplazamos en la SE para encontrar la función de demanda de x_2:

$$x_2^d = \frac{x_1^d}{2}$$
$$x_2^d = \frac{\frac{2m}{(2p_1+p_2)}}{2}$$
$$x_2^d(m, p_1, p_2) = \frac{m}{(2p_1 + p_2)}$$

Podemos notar que ambas demandas dependen positivamente de la renta y negativamente de su propio precio. Pero, hay que ver algo que diferencia a esta demanda a la vista en la ayudantía anterior, las demandas de los complementos perfectos **dependen negativamente del precio del otro bien**. Es decir, si aumenta el precio del 'otro bien' (que es complemento) vemos como la cantidad demandada se reduce en el equilibrio.

c) Grafique el equilibrio si $m = 100$, $p_1 = 1$ y $p_2 = 1$
Respuesta: Simplemente reemplazamos en las demandas.

Cantidad demandada de x_1

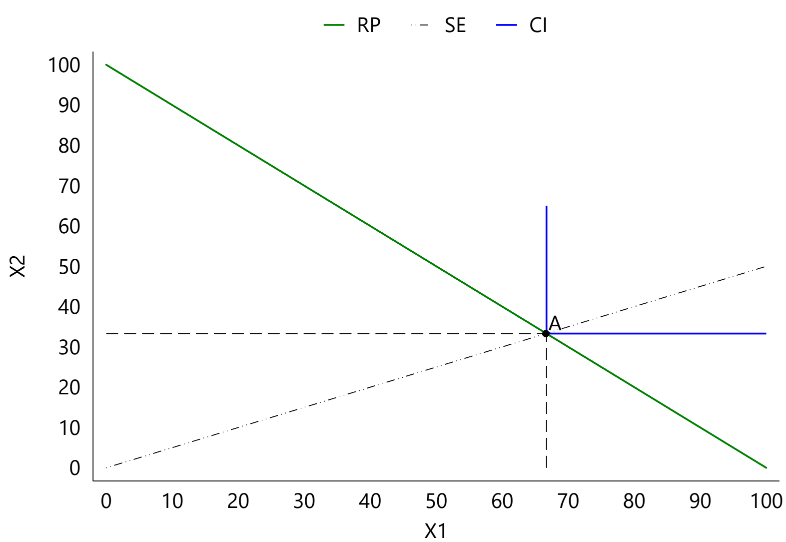
$$x_1^d(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{(2p_1 + p_2)}$$
$$x_1^d(m = 100, p_1 = 1, p_2 = 1) = \frac{2 \cdot 100}{(2 \cdot 1 + 1)} = \frac{200}{3} \approx 66.7$$

Cantidad demandada de x_2

$$x_2^d(m, p_1, p_2) = \frac{m}{(2p_1 + p_2)}$$
$$x_2^d(m = 100, p_1 = 1, p_2 = 1) = \frac{100}{(2 * 1 + *1)} = \frac{100}{3} \approx 33.3$$

Por lo cual, el equilibrio para este consumidor que cuenta con un ingreso de $m = 100$ y conoce que los precios de los bienes son $p_1 = 1$ y $p_2 = 1$ tiene un equilibrio en el par $A = (x_1^*, x_2^*) = (33.3, 66.7)$.
El gráfico quedaría:

Figura 1: Equilibrio del Consumidor



d) ¿Qué sucede si el ingreso del consumidor aumenta a $m' = 150$?. Grafique.
Respuesta: Sin calcular, debiésemos esperar que aumenten la demanda de cada uno de los bienes, ya que, las demandas dependen positivamente de la renta. Ahora, si calculamos tenemos:
Cantidad demandada de x_1

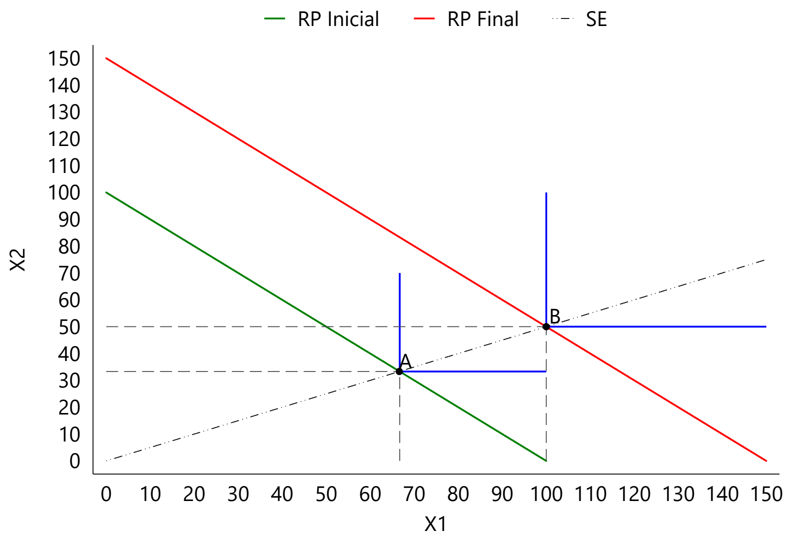
$$x_1^d(m', p_1, p_2) = \frac{2m'}{(2p_1 + p_2)}$$
$$x_1^d(m' = 150, p_1 = 1, p_2 = 1) = \frac{2 \cdot 150}{(2 \cdot 1 + 1)} = \frac{300}{3} = 100$$

Cantidad demandada de x_2

$$x_2^d(m', p_1, p_2) = \frac{m'}{(2p_1 + p_2)}$$
$$x_2^d(m' = 150, p_1 = 1, p_2 = 1) = \frac{150}{(2 \cdot 1 + \cdot 1)} = \frac{150}{3} = 50$$

Por lo cual, este consumidor que ahora cuenta con un ingreso de $m' = 150$ y los precios de los bienes son $p_1 = 1$ y $p_2 = 1$ tiene un equilibrio en $B = (x_1', x_2') = (100, 50)$.
El gráfico incluyendo el equilibrio inicial quedaría:

Figura 2: Aumento del Ingreso



e) ¿Qué sucede si el precio de x_1 aumenta a $p_1' = 2$? Separe el *Efecto Renta* y *Efecto Sustitución*. Grafique.
Respuesta: Sin calcular, debiésemos esperar que disminuya la demanda de cada uno de los bienes, ya que, las demandas dependen negativamente de p_1. Ahora, si calculamos tenemos:
Cantidad demandada de x_1

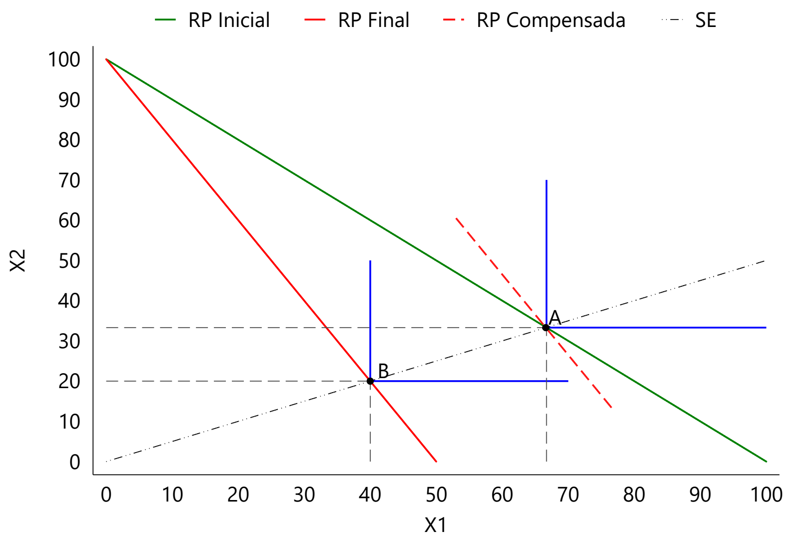
$$x_1^d(m, p_1', p_2) = \frac{2m}{(2p_1' + p_2)}$$
$$x_1^d(m = 100, p_1' = 2, p_2 = 1) = \frac{2 \cdot 100}{(2 \cdot 2 + 1)} = \frac{200}{5} = 40$$

Cantidad demandada de x_2

$$x_2^d(m, p_1', p_2) = \frac{m}{(2p_1' + p_2)}$$
$$x_2^d(m = 150, p_1' = 2, p_2 = 1) = \frac{100}{(2 \cdot 2 + 1)} = \frac{100}{5} = 20$$

Por lo cual, este consumidor que ahora cuenta con un ingreso de $m = 100$ y los precios de los bienes son $p_1 = 2$ y $p_2 = 1$ tiene un equilibrio en $B = (x_1', x_2') = (40, 20)$.
El gráfico incluyendo el equilibrio inicial quedaría:

Figura 3: Aumento del p_1



Ahora, si queremos separar ER y ES utilizando el método de *Hicks*, debemos encontrar un RP auxiliar de tal manera de mantener el nivel de utilidad inicial constante. Para ello, se encuentra una RP compensada. En el gráfico 3 podemos ver exactamente este procedimiento. Podemos finalmente concluir que para un función de utilidad de complementos perfectos el *Efecto Total* será igual al *Efecto Renta*. En cuanto a valores exactos, simplemente notamos que luego del aumento de p_1 la cantidad demandada de x_1 se redujo y los efectos son los siguientes:

$$ET = ER = 66.6 - 40$$
$$ET = ER = 26.6$$

2) Un consumidor tiene la siguiente función de utilidad: $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Encuentre el equilibrio del consumidor si su renta es $m = 250$, y los precios son $p_1 = 5$ y $p_2 = 1$. Luego, considere un aumento del precio de x_1 a $p'_1 = 10$ y separe el efecto sustitución y renta.
Respuesta:
Si calculamos por el método de igualación de pendiente o lagrange, llegaremos a las siguientes demandas:

$$x_1^d = \frac{m}{2p_1}$$
$$x_2^d = \frac{m}{2p_2}$$

Ahora, reemplazando el ingreso y los precios iniciales, encontramos el equilibrio del consumidor:

$$x_1^* = \frac{250}{2 \cdot 5} = 25$$
$$x_2^* = \frac{250}{2 \cdot 1} = 125$$

La canasta de equilibrio es $A = (x_1^*, x_2^*) = (25, 125)$
Ahora, calculamos con la variación del precio a $p'_1 = 10$, notemos que solo cambia la cantidad consumida de x_1 porque x_2 no depende de p_1:

$$x'_1 = \frac{250}{2 \cdot 10} = 12.5$$

El nuevo equilibrio, luego de el aumento del precio es $B = (x'_1, x'_2) = (12.5, 125)$
Nos queda, separar los efectos. Para ello calculamos la utilidad y canastas de hicks:

$$U^H = U(x_1^*, x_2^*) = 25 \cdot 125 = 3125$$
$$x_1^H = x_1^d(m^H, p'_1 = 10) = \frac{m^H}{2 \cdot 10} = \frac{m^H}{20}$$
$$x_2^H = x_2^d(m^H, p_2 = 1) = \frac{m^H}{2 \cdot 1} = \frac{m^H}{2}$$

Siguiendo, calculamos el valor exacto de la utilidad inicial y luego despejamos m^H:

$$U^H = x_1^H \cdot x_2^H$$
$$3125 = \left(\frac{m^H}{20}\right) \cdot \left(\frac{m^H}{2}\right)$$
$$3125 \cdot 20 \cdot 2 = m^2$$
$$m^H \approx 354$$

Encontramos el ingreso (compensado) que mantiene la utilidad constante. Por último calculamos la canasta intermedia:

$$x_1^c = \frac{354}{2 \cdot 10} = 17.7$$
$$x_2^c = \frac{354}{2 \cdot 1} = 177$$

Canasta intermedia es $C = (x_1^c, x_2^c) = (17.7, 177)$

Finalmente podemos calcular el efecto sustitución y el efecto renta:

$$ES = 17.7 - 25 = -7.3$$
$$ER = 12.5 - 17.7 = -5.2$$
$$ET = ES + ER = -7.3 - 5.2 = -12.5$$

El gráfico que resume todo lo anterior es:

Figura 4: Efecto renta y sustitución