

Modelo de Consumo Intertemporal

- 1) Las preferencias de un individuo por consumo presente y consumo futuro, se pueden modelar como:

$$U(c_1, c_2) = c_1 c_2$$

donde, c_1 corresponde al consumo presente y c_2 al consumo futuro. Además sabemos la tasa de interés de mercado es del $r = 10\%$; la renta del presente es $m_1 = 150$ y la renta futura es $m_2 = 250$. Desarrolle:

- a) Encuentre la *Restricción Presupuestaria Intertemporal* del individuo y luego grafique. ¿Cuál es la pendiente de esta recta?

Respuesta:

Sabemos, que el individuo agotará todo su ingreso. Conociendo esto, podemos crear una expresión para su ingreso en el futuro (período $t = 2$):

$$m_2 + (1 + r)m_1 \tag{1}$$

Notemos de la ecuación 1, que el ingreso presente está expresado en valor futuro, ya que, se multiplica por uno más la tasa de interés r .

Además, sabemos que el individuo agotará todo su ingreso (presente y futuro) consumiendo (consumo presente y futuro). La expresión del consumo, en el futuro es:

$$c_2 + (1 + r)c_1 \tag{2}$$

Observando la ecuación 2, notamos que el consumo presenta está expresado en valor futuro, ya que, se multiplica por uno más la tasa de interés r .

Ahora, conociendo el ingreso y el consumo del individuo, podemos igualar las expresiones, ya que, sabemos que agota todo su ingreso en consumir.

$$c_2 + (1 + r)c_1 = m_2 + (1 + r)m_1 \tag{3}$$

Ya tenemos nuestra expresión de la *Restricción Presupuestaria Intertemporal*. Como siempre, despejaremos la variable de decisión que se encuentra en el eje de la ordenada. En este caso, debemos despejar el consumo futuro:

$$\begin{aligned} c_2 + (1 + r)c_1 &= m_2 + (1 + r)m_1 \\ c_2 &= m_2 + (1 + r)m_1 - (1 + r)c_1 \\ c_2 &= m_2 + (1 + r)m_1 - (1 + r)c_1 \end{aligned} \tag{4}$$

Nuestra expresión final se encuentra en la ecuación 4. Notemos que el ingreso total del individuo, representaría el intercepto de la *RPI*. Por otro lado, la pendiente sería lo que acompaña a c_1 . Podemos ver la que pendiente sería:

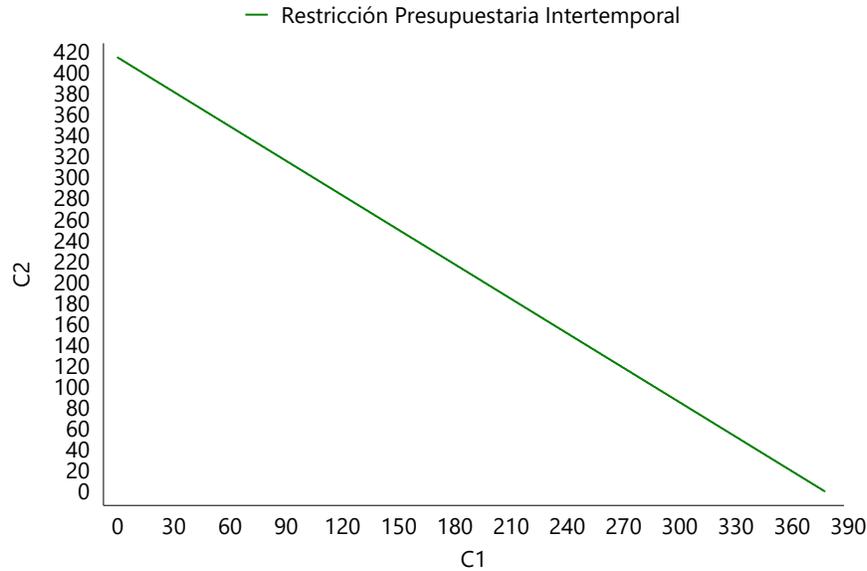
$$-(1 + r)$$

Por último para graficar, debemos reemplazar los valores que nos entregan:

$$\begin{aligned}
c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\
c_2 &= 250 + (1+0.1)150 - (1+0.1)c_1 \\
c_2 &= 415 - 1.1c_1
\end{aligned} \tag{5}$$

Simplemente nos queda tomar la ecuación 5, y graficar:

Figura 1: Representación gráfica



- b) Encuentre las demandas de consumo presente y consumo futuro (c_1^d, c_2^d) , si sabemos que la $RMST = \frac{c_2}{c_1}$

Respuesta:

Al igual que en modelo del consumidor, partiremos de la condición de óptimo y luego despejaremos c_2 encontrando con ello la senda de expansión:

$$\begin{aligned}
-RMST &= -(1+r) \\
\frac{c_2}{c_1} &= (1+r) \\
c_2 &= (1+r)c_1
\end{aligned} \tag{6}$$

Ahora, tomando la SE (ecuación 6) reemplazamos en la RPI :

$$\begin{aligned}
c_2 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\
(1+r)c_1 &= m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \\
2(1+r)c_1 &= m_2 + (1+r)m_1 \\
2(1+r)c_1 &= m_2 + m_1(1+r) \\
c_1^d &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)}
\end{aligned} \tag{7}$$

Ahora, tomando la demanda por c_1 (ecuación 7) reemplazamos en la SE para encontrar la demanda por c_2 :

$$\begin{aligned}
c_2^d &= (1+r)c_1^d \\
c_2^d &= (1+r)\frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)} \\
c_2^d &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2}
\end{aligned} \tag{8}$$

Podemos notar como ambas demandas dependen positivamente del ingreso presente y futuro.

- c) Encuentre las cantidades óptimas de consumo presente y futuro

Respuesta:

Dado que conocemos ya las demanda, solo nos queda reemplazar los valores dados para obtener las cantidades óptimas:

$$\begin{aligned}
c_1^* &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2(1+r)} = \frac{250 + 150 \cdot (1 + 0.1)}{2 \cdot (1 + 0.1)} = \frac{415}{2.2} = 188.6 \\
c_2^* &= \frac{m_2 + m_1(1+r)}{2} = \frac{250 + 150 \cdot (1 + 0.1)}{2} = \frac{415}{2} = 207.5
\end{aligned}$$

Por lo tanto, concluimos que el equilibrio será $A = (c_1^*, c_2^*) = (188.6, 207.5)$.

- d) ¿Qué podemos decir del individuo si su dotación inicial fuese $D = (270, 118)$?

Respuesta:

Podemos analizar observando la figura 2, en donde se presenta el equilibrio. Notemos que este individuo decide ahorrar, por lo cual es ahorrador (paciente). El ahorro lo hace a una tasa r , que es la tasa de interés del mercado, el cual representa su costo de oportunidad de decidir guardar parte de su ingreso presente. Este modelo nos permite observar la acción de suavizar el consumo por parte del individuo.

Figura 2: Representación gráfica

