Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Administración y Economía
Departamento de Economía

Ayudantía #6

Teoría del Productor

1) Considere las siguientes funciones de producción y desarrolle:

   a) Describa si pertenece a una función de Corto Plazo (CP) o de Largo Plazo (PL)
   b) Estudie sus rendimientos a escala
   c) Encuentre las funciones de Pme
   d) Grafique

- $f(L) = 5L + 5L^2 - L^3$
  a) Esta función solo depende del factor trabajo, por lo cual es una función de corto plazo.

  b) Para estudiar el tipo de rendimiento a escala debemos incluir un escalar y estudiar el grado de él:

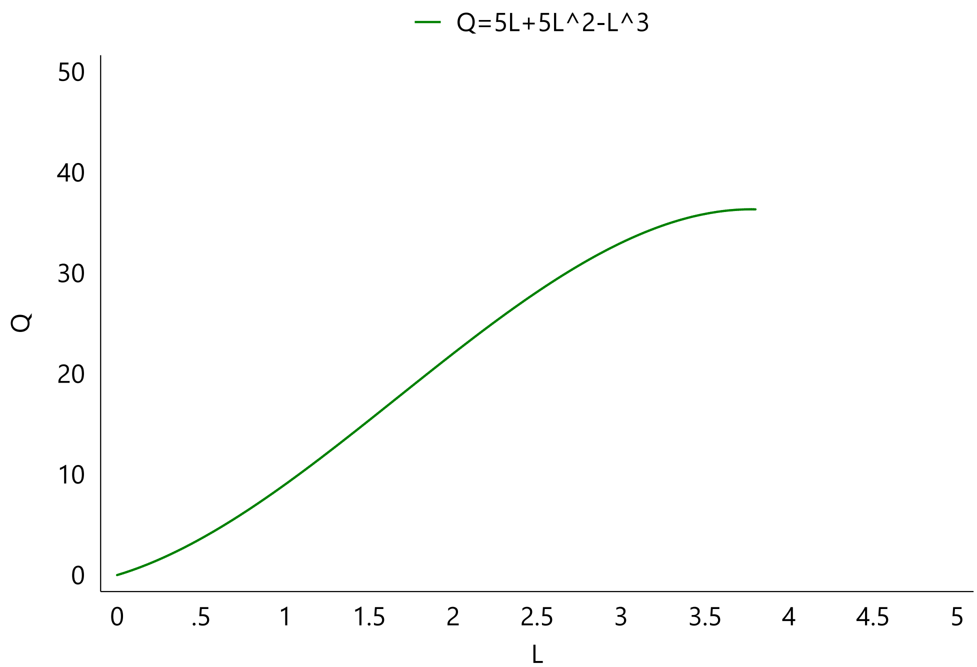
$$
\begin{aligned}
f(L) &= 5L + 5L^2 - L^3 \\
f(\lambda L) &= 5(\lambda L) + 5(\lambda L)^2 - (\lambda L)^3 \\
f(\lambda L) &= 5\lambda L + 5\lambda^2 L^2 - \lambda^3 L^3 \\
f(\lambda L) &= \lambda(5L + \lambda 5L^2 - \lambda^2 L^3)
\end{aligned}
$$

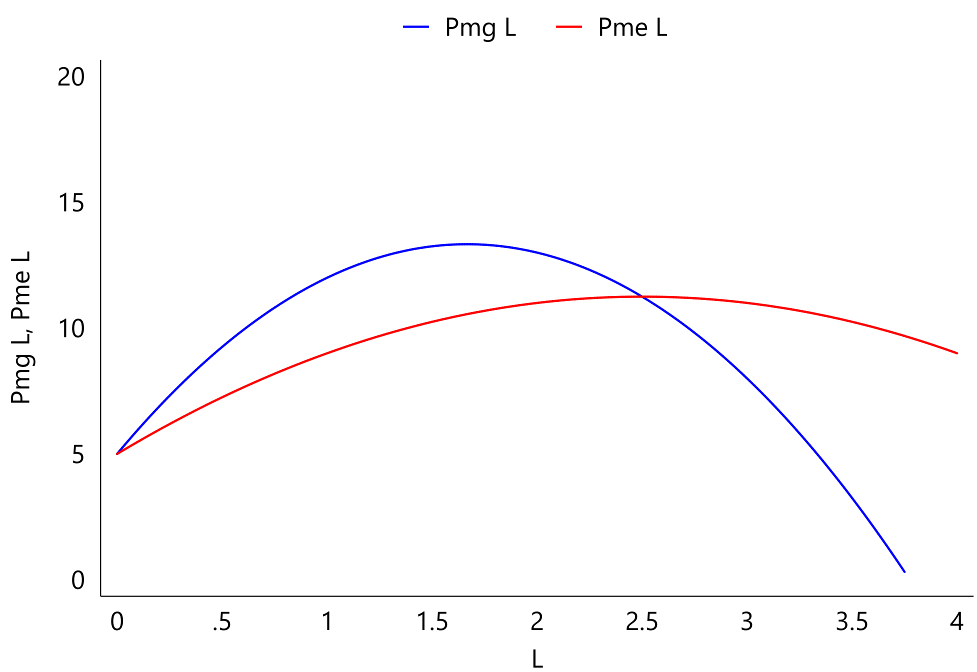
  Notar que en este caso no podemos determinar el tipo de rendimiento a escala de la función.
  c) Para encontrar la función de Producto Medio, debemos dividir por el factor correspondiente:

$$
\begin{aligned}
Pme &= \frac{f(L)}{L} = \frac{5L + 5L^2 - L^3}{L} \\
Pme &= 5 + 5L - L^2
\end{aligned}
$$

  d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 1: Función de Producción





- $f(L) = 2L$
  a) Esta función solo depende del factor trabajo, por lo cual es una función de corto plazo.

  b) Para estudiar el tipo de rendimiento a escala debemos incluir un escalar y estudiar el grado de él:

$$f(L) = 2L$$
$$f(\lambda L) = 2(\lambda L)$$
$$f(\lambda L) = \lambda 2L$$

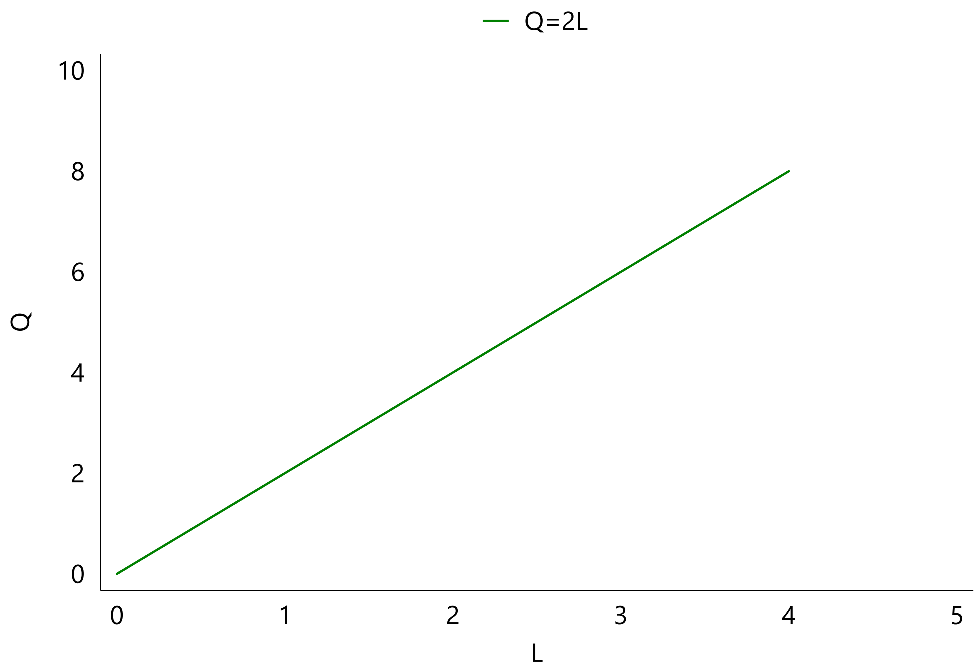
Como el exponente de λ es 1, podemos concluir que la función de producción tiene rendimientos constantes a escala.

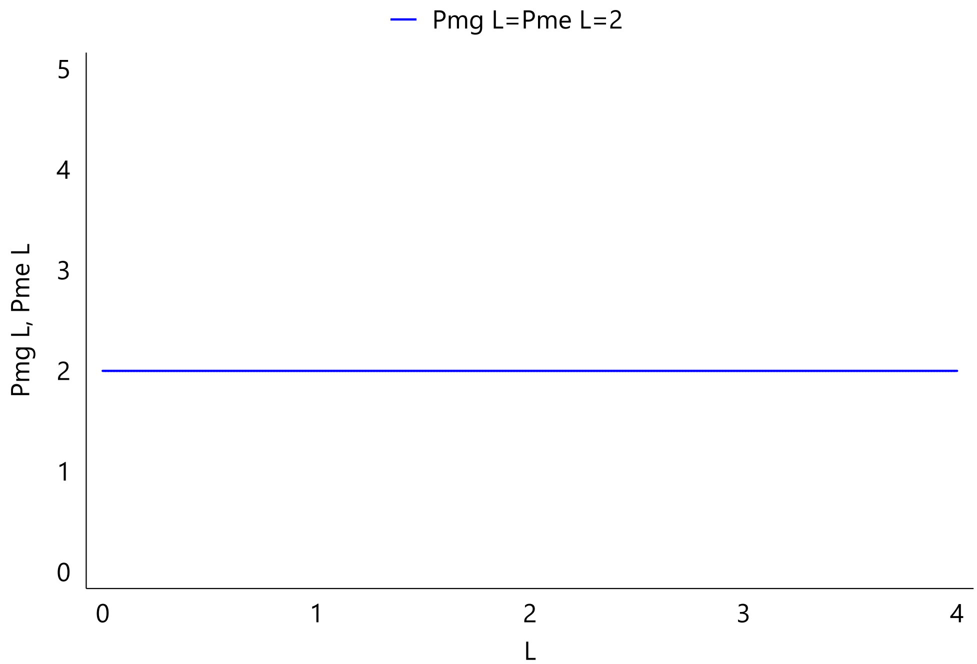
c) Para encontrar la función de Producto Medio, debemos dividir por el factor correspondiente:

$$Pme = \frac{f(L)}{L} = \frac{2L}{L}$$
$$Pme = 2$$

d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 2: Función de Producción





- $f(L) = L^2$

  a) Esta función depende del factor trabajo, por lo cual es una función de corto plazo.

  b)

$$f(L) = L^2$$
$$f(\lambda L) = (\lambda L)^2$$
$$f(\lambda L) = \lambda^2 L^2$$
$$f(\lambda L) = \lambda^2 f(L)$$

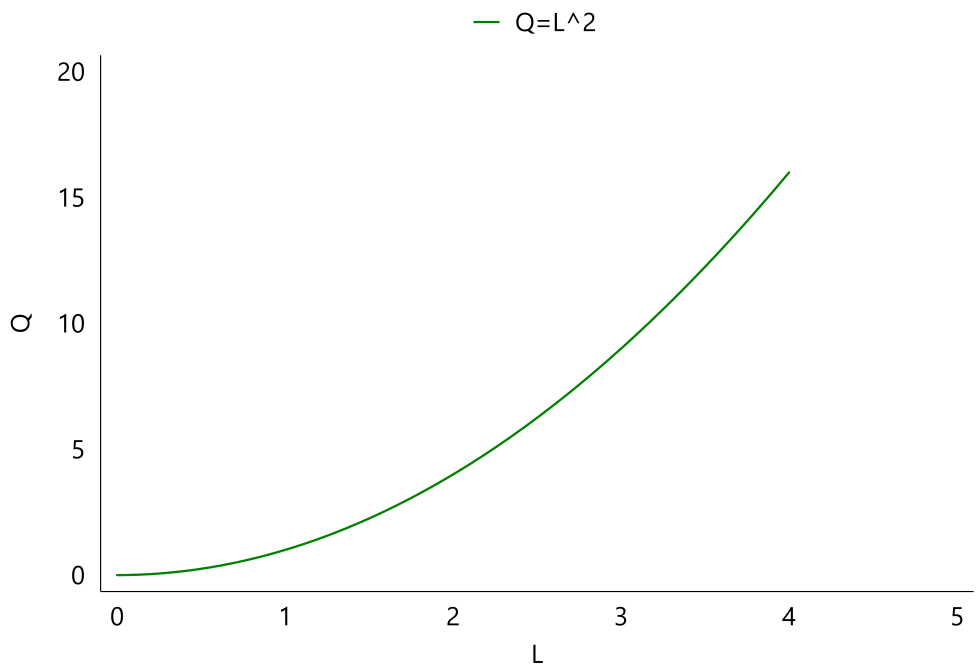
  Como el exponente de λ es mayor a 1, podemos concluir que la función de producción tiene rendimientos crecientes a escala.

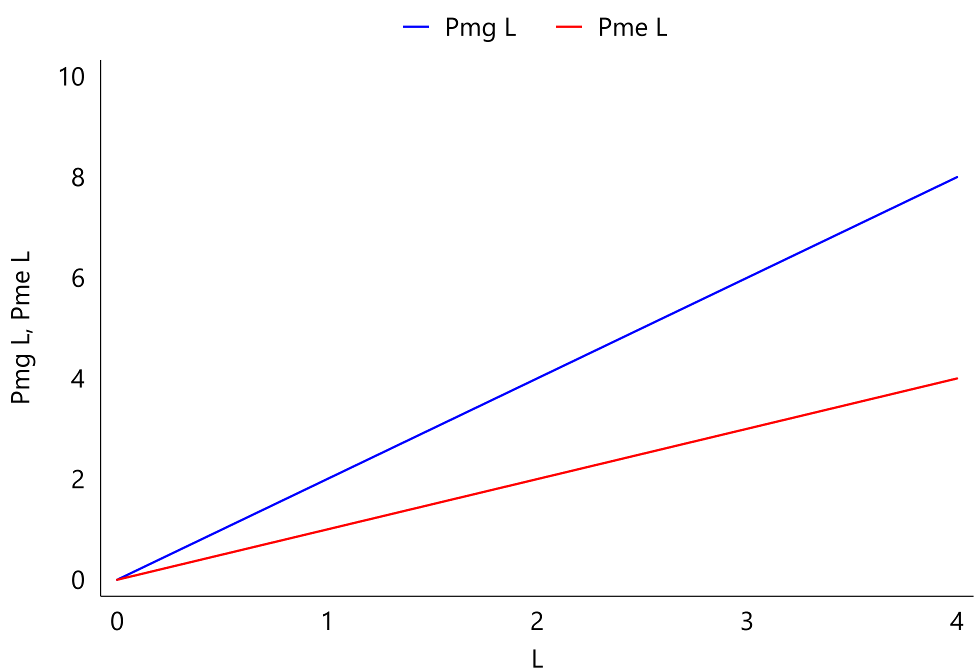
  c)

$$Pme_L = \frac{f(L)}{L} = \frac{L^2}{L}$$
$$Pme_L = L$$

  d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 3: Función de Producción





- $f(K, L) = KL$
  a) Esta función depende del factor trabajo y capital, por lo cual es una función de largo plazo.

  b)

$$f(K,L) = KL$$
$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda K \lambda L$$
$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^2 KL$$
$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^2 f(K,L)$$

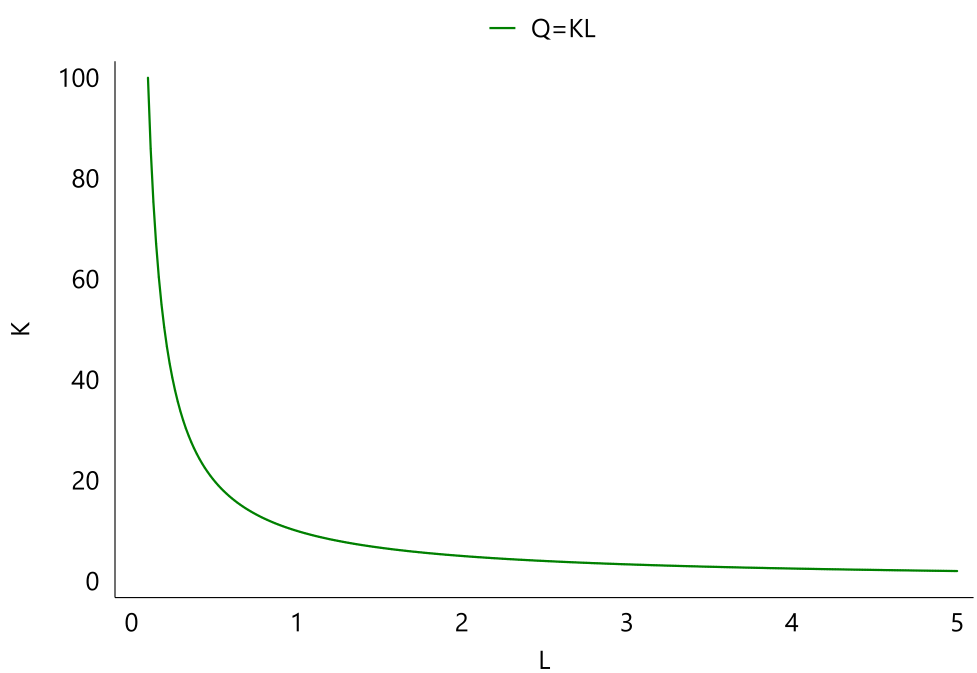
Como el exponente de λ es mayor a 1, podemos concluir que la función de producción tiene rendimientos crecientes a escala.
c)

$$Pme_K = \frac{f(K,L)}{K} = \frac{KL}{K}$$
$$Pme_K = L$$

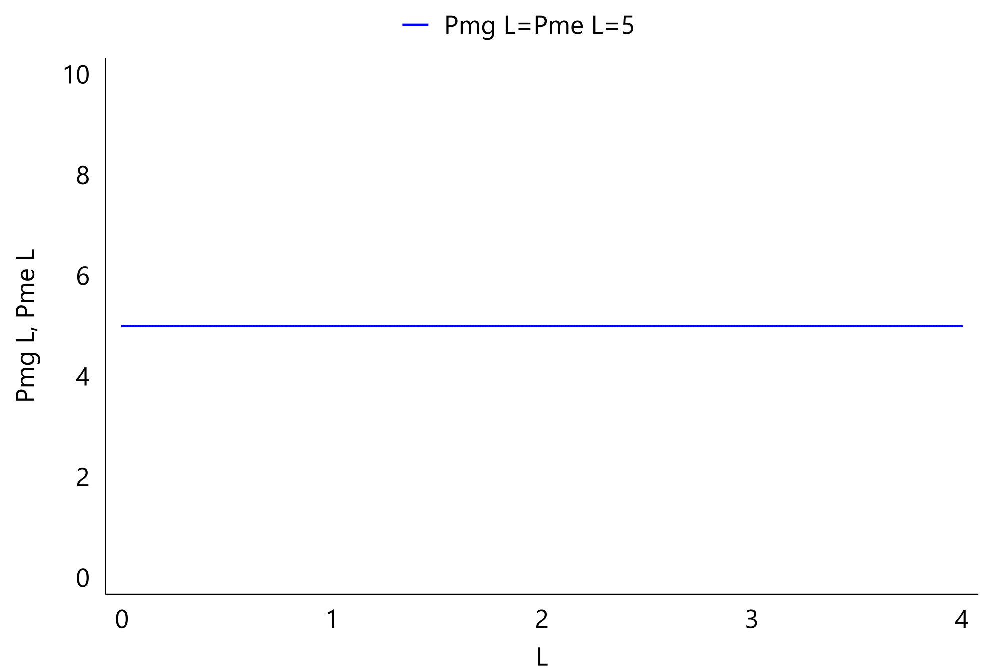
$$Pme_L = \frac{f(K,L)}{L} = \frac{KL}{L}$$
$$Pme_L = K$$

d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 4: Función de Producción



Considerando $K = 5$



- $f(L) = 2\sqrt{L}$

  a) Esta función depende del factor trabajo, por lo cual es una función de corto plazo.

  b)

$$
\begin{aligned}
f(L) &= 2\sqrt{L} \\
f(\lambda L) &= 2\sqrt{\lambda L} \\
f(\lambda L) &= \lambda^{1/2} 2\sqrt{L} \\
f(\lambda L) &= \lambda^{1/2} f(L)
\end{aligned}
$$

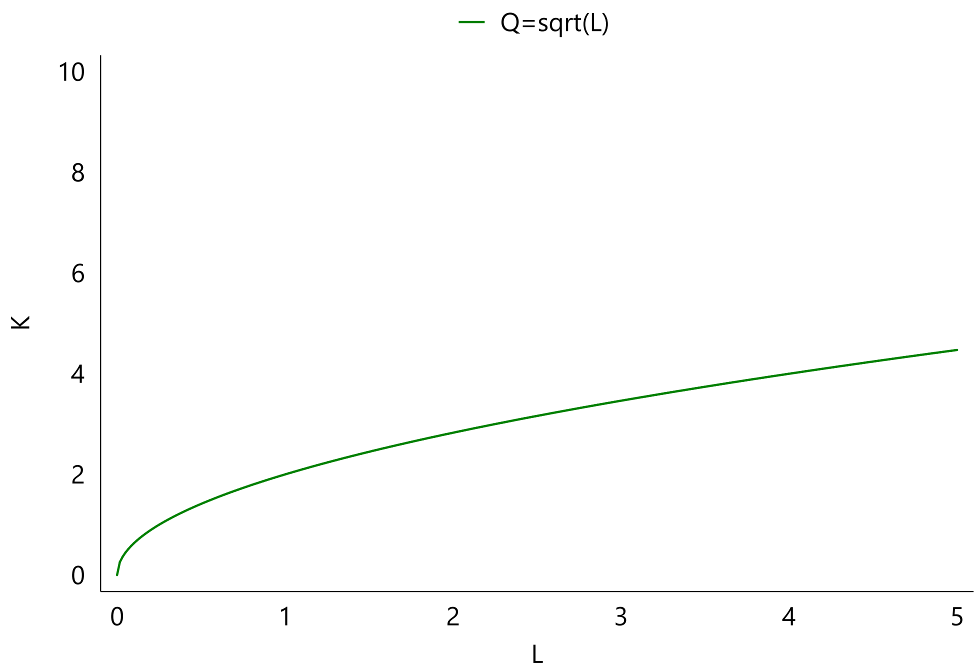
  Como el exponente de λ es menor a 1, podemos concluir que la función de producción tiene rendimientos decrecientes a escala.

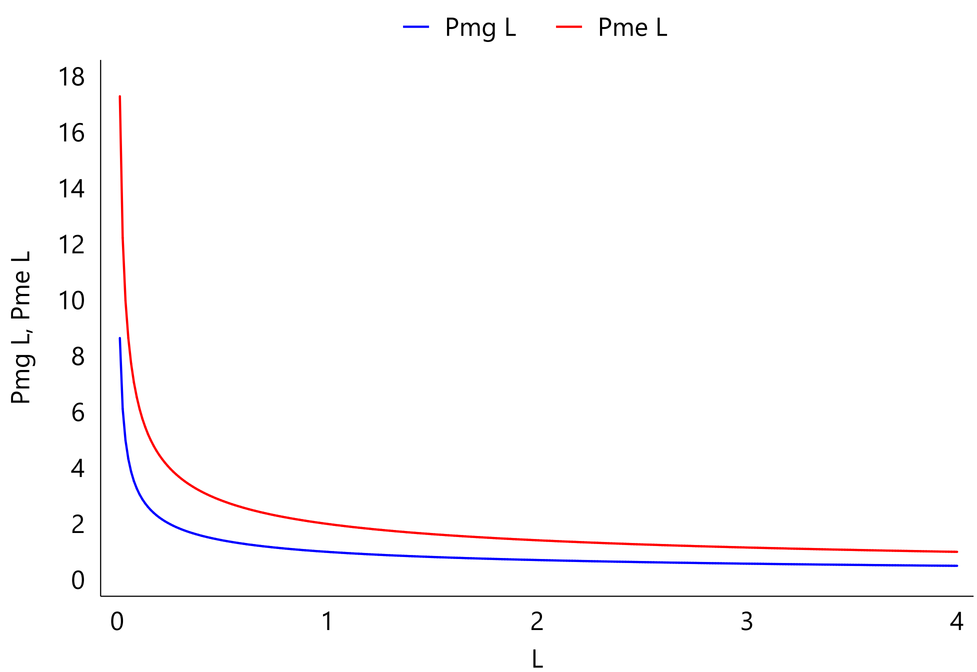
  c)

$$
\begin{aligned}
Pme_L &= \frac{f(L)}{L} = \frac{2\sqrt{L}}{L} \\
Pme_L &= \frac{2}{\sqrt{L}}
\end{aligned}
$$

  d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 5: Función de Producción





- $f(K, L) = K^2L^2$. Donde $K_0 = 5$
  a) Esta función depende del factor trabajo y capital, por lo cual es una función de largo plazo, pero es interesante notar que nos entregan el valor $K_0 = 5$ el cual nos sirve para obtener la función de producción de corto plazo:

$$
\begin{aligned}
f(K,L) &= K^2L^2 \\
f(K,L) &= K_0^2L^2 \\
f(K,L) &= 5^2L^2 \\
f(L) &= 25L^2
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
f(K,L) &= K^2L^2 \\
f(\lambda K,\lambda L) &= (\lambda K)^2(\lambda L)^2 \\
f(\lambda K,\lambda L) &= \lambda^2K^2\lambda^2L^2 \\
f(\lambda K,\lambda L) &= \lambda^4 f(K,L)
\end{aligned}
$$

Como el exponente de λ es mayor a 1, podemos concluir que la función de producción tiene rendimientos crecientes a escala.

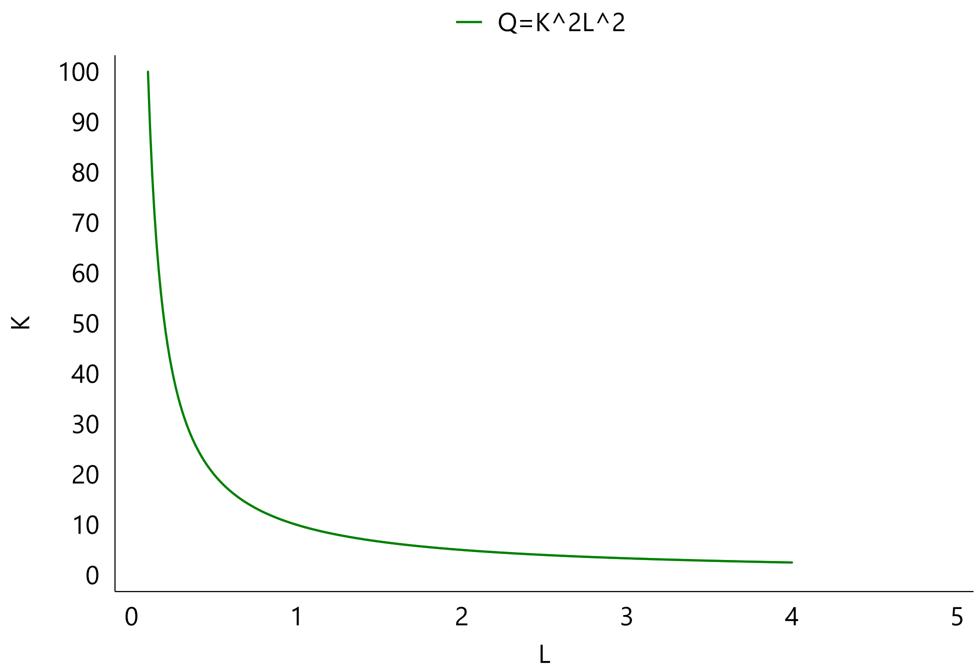
c)

$$
\begin{aligned}
Pme_K &= \frac{f(K,L)}{K} = \frac{K^2L^2}{K} \\
Pme_K &= KL^2
\end{aligned}
$$

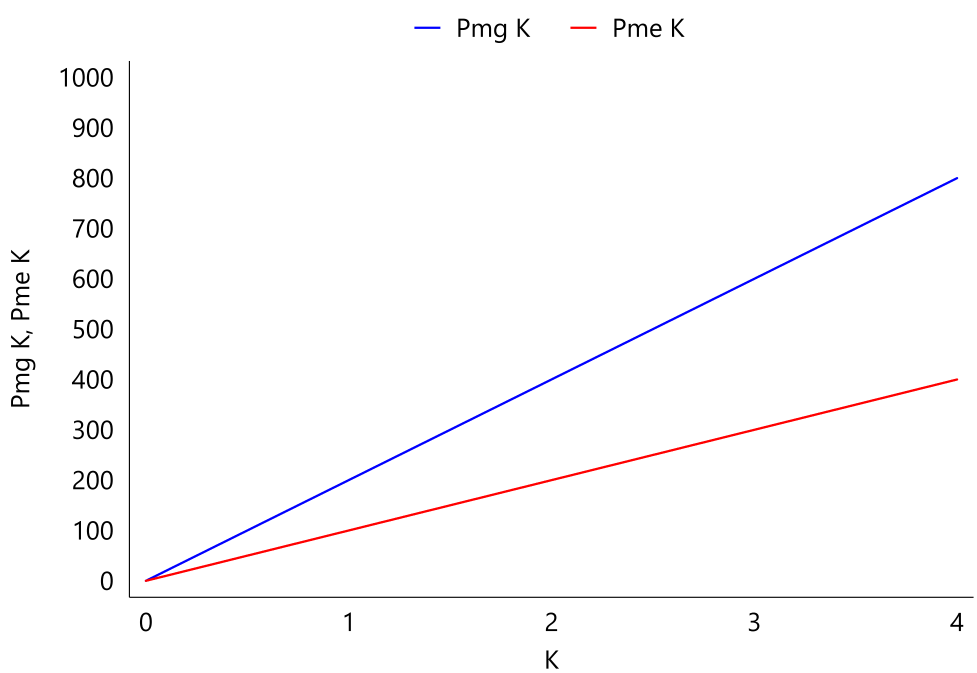
$$
\begin{aligned}
Pme_L &= \frac{f(K,L)}{L} = \frac{K^2L^2}{L} \\
Pme_L &= K^2L
\end{aligned}
$$

d) El gráfico de la función de producción es:

Figura 6: Función de Producción



Consideramos $L = 10$



2) Considera que una empresa tiene una función de producción $Q = KL$. Encuentre la función del mapa de iocuantas y gráfique si la empresa decide tener 50 unidades de Q.

   Para encontrar la función de mapa de isocuantas, simplemente debemos considera un nivel de producción fijo y luego despejar K:

$$\overline{Q} = KL$$
$$K = \frac{\overline{Q}}{L}$$

Luego, simplemente reemplazamos por el nivel de producción deseado:

$$K = \frac{\overline{Q}}{L}$$
$$K = \frac{50}{L}$$

Cuadro 1: Valores

L	K
0.1	500
1	50
10	5
100	0.5